ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 4 OCTOBRE 1943.

PRÉSIDENCE DE M. GABRIEL BERTRAND.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS
DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. **Charles Jacob** dépose sur le bureau huit Mémoires publiés par **Jean Perrin** dans les *Actualités scientifiques et industrielles* et intitulées : *Espace et temps; Lumière; Relativité; Forces et travail; Masse et gravitation; L'Énergie; Évolution; Électricité.*

M. **F. A. Vening-Meinesz** fait hommage à l'Académie d'un Mémoire polycopié intitulé *Théorie et Pratique des Observations de gravimétrie en mer.*

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

Ligue des Sociétés de la Croix-Rouge. *Renseignements scientifiques d'hygiène, médecine et biologie pour les Sociétés nationales de la Croix-Rouge.* N° 1.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Une nouvelle démonstration de certains théorèmes taubériens.* Note de M. **Hubert Delange**, présentée par M. Paul Montel.

Les théorèmes envisagés peuvent s'énoncer, sous leur forme la plus générale, de la façon suivante :

$K(u)$ étant une certaine fonction positive continue pour $u > 0$, si $\psi(t)$ est une fonction non décroissante, nulle pour $t = 0$, et telle que l'intégrale $\int_0^{+\infty} K\left(\frac{t}{x}\right) d\psi(t)$ soit convergente quel que soit $x > 0$, la relation

$$\int_0^{+\infty} K\left(\frac{t}{x}\right) d\psi(t) \sim H x^{\rho(x)} \qquad \text{pour } x \text{ tendant vers } +\infty \text{ (ou vers } 0\text{)},$$

où $H > 0$ et où $\rho(x)$ est une fonction dérivable $\geqq 0$ et telle que $x\rho'(x)\log x$ tende vers 0 quand x tend vers $+\infty$ (ou vers 0) et que $\underline{\lim}\,\rho(x)$ et $\overline{\lim}\,\rho(x)$

satisfassent à certaines inégalités, est équivalente à

$$\psi(t) \sim \frac{H t^{\rho(t)}}{C[\rho(t)]} \quad \text{pour } t \text{ tendant vers } +\infty \text{ (ou vers o),}$$

avec $C(\lambda) = \int_0^{+\infty} K(u)\, d(u^\lambda)$.

Nous établissons cet énoncé en particulier dans les trois cas suivants :

1° $K(u)$ est continue pour $u \geq 0$ et quand $u \to +\infty$ on a $K(u) \sim C u^{-\omega}$, avec $\omega > 0$. $\psi(t)$ étant une fonction qui satisfait aux conditions de l'énoncé, la connaissance de $\Phi(x) = \int_0^{+\infty} K\left(\frac{t}{x}\right) d\psi(t) + A x^{\omega}$ suffit à déterminer A et les valeurs de $\psi(t-0)$ et $\psi(t+0)$ pour chaque $t > 0$.

Il faut alors $0 < \underline{\lim}\, \rho(x) \leq \overline{\lim}\, \rho(x) < \omega$.

2° Quand $u \to 0$ on a $K(u) \sim C_1 u^{-\omega_1}$ et quand $u \to +\infty$ on a $K(u) \sim C_2 u^{-\omega_2}$ avec $0 < \omega_1 < \omega_2$. La connaissance de $\Phi(x) = \int_0^{+\infty} K\left(\frac{t}{x}\right) d\psi(t) + A x^{\omega_1} + B x^{\omega_2}$ détermine A, B, et $\psi(t-0)$ et $\psi(t+0)$ pour $t > 0$.

Il faut alors $\omega_1 < \underline{\lim}\, \rho(x) \leq \overline{\lim}\, \rho(x) < \omega_2$.

3° $K(u) = e^{-u}$. $\left(\text{Nous utilisons alors le fait que la connaissance de } \Phi(x) = \int_0^{+\infty} e^{-\frac{t}{x}} d\psi(t) \text{ détermine } \psi(t-0) \text{ et } \psi(t+0) \text{ pour } t > 0.\right)$ Il faut ici $0 \leq \underline{\lim}\, \rho(x) \leq \overline{\lim}\, \rho(x) < +\infty$.

$t_1, t_2, \ldots, t_n, \ldots$ étant une suite de valeurs de t qui tendent vers $+\infty$ (ou vers o) de manière que $\rho(t_n)$ ait une limite ρ_0, nous posons $\psi_n(t) = \psi(t_n t)/t_n^{\rho(t_n)}$.

Si, dans l'intégrale $\int_0^{+\infty} K\left(\frac{t}{x}\right) d\psi_n(t)$ on pose, $t = \frac{u}{t_n}$, on voit que la relation $\int_0^{+\infty} K\left(\frac{t}{x}\right) d\psi(t) \sim H x^{\rho(x)}$ entraîne qu'elle tend pour n infini vers $H x^{\rho_0}$. Nous en déduisons que $\psi_n(t) \to H t^{\rho_0}/C(\rho_0)$ et en particulier que $\psi_n(1) = \psi(t_n)/t_n^{\rho(t_n)}$ tend vers $H/C(\rho_0)$. Par suite $C[\rho(t_n)]\psi(t_n)/t_n^{\rho(t_n)}$ tend vers H.

Comme de toute suite de valeurs de t tendant vers $+\infty$ (ou vers o) on peut en extraire une telle que $\rho(t_n)$ ait une limite finie, il résulte de là que $C[\rho(t)]\psi(t)/t^{\rho(t)}$ tend vers H quand $t \to +\infty$ (ou $\to 0$).

Pour établir la réciproque, nous montrons que, $\psi_n(t)$ étant définie de la même façon, l'intégrale $\int_0^{+\infty} K\left(\frac{t}{x}\right) d\psi_n(t)$ tend vers $H x^{\rho_0}$. En faisant $x = 1$ et posant $t = \frac{u}{t_n}$, on en déduit que $\frac{1}{t_n^{\rho(t_n)}} \int_0^{+\infty} K\left(\frac{u}{t_n}\right) d\psi(u) \to H$.

Applications. — 1° Avec

$$K(u) = (-1)^p \left[\log\left(1 + \frac{1}{u}\right) - \frac{1}{u} + \ldots + \frac{(-1)^p}{u^p}\right],$$

on obtient un résultat de M. Valiron sur les fonctions entières orientées [1].

2° *Applications relatives à* $K(u)=e^{-u}$. — *a*. Le nombre a_n étant réel et $\geqq 0$ et r, réel et < 1, pour que l'on ait, quand $r \to 1$,

$$\sum_0^{+\infty} a_n r^n \sim H\left(\frac{1}{1-r}\right)^{\rho\left(\frac{1}{1-r}\right)},$$

où $\rho(u)$ est une fonction dérivable $\geqq 0$ et telle que

$$\lim_{u \to +\infty} u\rho'(u)\log u = 0 \qquad \text{et} \qquad 0 \leqq \underline{\lim}_{u \to +\infty} \rho(u) \leqq \overline{\lim}_{u \to +\infty} \rho(u) < +\infty,$$

il faut et il suffit que, pour n infini,

$$\sum_0^n a_i \sim \frac{H n^{\rho(n)}}{\Gamma[1+\rho(n)]}.$$

(Poser $r = e^{-\frac{1}{x}}$ et prendre $\psi(t) =$ somme des a_i d'indice $< t$.)

b. Si $\Psi(u)$ est la somme des inverses des nombres premiers $\leqq u$ on a, pour u infini, $\Psi(u) \sim \log(\log u)$.

En prenant $\psi(t) = \Psi(e^t)$ on trouve que, pour x infini,

$$\int_0^{+\infty} e^{-\frac{t}{x}} d\psi(t) \sim \log\zeta\left(1+\frac{1}{x}\right) \sim \log x.$$

On en déduit que pour t infini $\psi(t) \sim \log t$.

MÉCANIQUE. — *Sur les équilibres limites plans des milieux homogènes.*

Note de M. **André Charrueau**, présentée par M. Henri Villat.

Ox et Oy étant rectangulaires et les notations N_x, N_y, T_{xy} ayant le sens habituel, on a

$$(1) \qquad \frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial T_{xy}}{\partial y} = X, \qquad \frac{\partial T_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial N_y}{\partial y} = Y,$$

$$(2) \qquad \Phi(N_x, N_y, T_{xy}) \equiv (N_x - N_y)^2 + 4T_{xy}^2 - 4a^2 = 0.$$

X et Y sont les composantes de la force massique et a, une fonction de $m = (N_x + N_y)/2$, déduite de la courbe intrinsèque, supposée *quelconque*. Soient $(\nu, \pm\tau)$ les deux points de contact de cette courbe et de la circonférence de Mohr de centre $(m, 0)$ et de rayon a. Posons $N_x - \nu = \xi$, $N_y - \nu = \eta$, $\tang\varphi = d\tau/d\nu$ avec $\tau > 0$, $0 \leqq |\varphi| < \pi/2$.

Le problème de l'équilibre limite présente une grande *analogie* avec le problème suivant.

---

(1) G. Valiron, *Annales de Toulouse*, 1913, pp. 230-243; Cf. H. Delange, *Comptes rendus*, **217**, 1943, p. 225.

Cherchons les *transformations ponctuelles* $\mathfrak{X}=\mathfrak{X}(x, y)$, $\mathcal{Y}=\mathcal{Y}(x, y)$ remplissant les conditions indiquées ci-après : m_1, m_2, μ_1, μ_2, A_1, A_2 étant des fonctions *données* de x, y, $\mathfrak{X}$, $\mathcal{Y}$, et C, C′, $\mathcal{C}$, $\mathcal{C}'$, des familles de courbes (deux du plan des x, y et deux du plan des $\mathfrak{X}$, $\mathcal{Y}$) satisfaisant respectivement aux équations

$$(3)\qquad \begin{cases} dy - m_1 dx = 0, & dy - m_2 dx = 0, \\ d\mathcal{Y} - \mu_1 d\mathfrak{X} = A_1 dx, & d\mathcal{Y} - \mu_2 d\mathfrak{X} = A_2 dx, \end{cases}$$

les familles C et $\mathcal{C}$, d'une part, et C′ et $\mathcal{C}'$, d'autre part, se correspondent entre des domaines pour lesquels la transformation est biunivoque.

On a

$$(4)\qquad \begin{cases} \mu_1\left(\dfrac{\partial\mathfrak{X}}{\partial x} + m_1\dfrac{\partial\mathfrak{X}}{\partial y}\right) - \dfrac{\partial\mathcal{Y}}{\partial x} - m_1\dfrac{\partial\mathcal{Y}}{\partial y} + A_1 = 0, \\ \mu_2\left(\dfrac{\partial\mathfrak{X}}{\partial x} + m_2\dfrac{\partial\mathfrak{X}}{\partial y}\right) - \dfrac{\partial\mathcal{Y}}{\partial x} - m_2\dfrac{\partial\mathcal{Y}}{\partial y} + A_2 = 0. \end{cases}$$

Les lignes C et C′ sont les *courbes caractéristiques* du système qu'on obtient en intervertissant les fonctions inconnues et les variables et que nous désignerons par (4 *bis*).

Considérons les *cas particuliers* suivants :

1° $A_1 = A_2 = 0$. Les équations linéaires (4) sont alors homogènes et les équations (4 *bis*), linéaires et homogènes.

2° $A_1 = A_2 = 0$; de plus, μ_1 et μ_2 ne renferment pas explicitement x et y, les deux équations (3), où figurent $d\mathfrak{X}$ et $d\mathcal{Y}$ peuvent être intégrées et elles fournissent les relations

$$(5)\qquad \mathfrak{X} = f_1(u, v), \qquad \mathcal{Y} = f_2(u, v),$$

les courbes $\mathcal{C}$ et $\mathcal{C}'$ étant respectivement les lignes $v=$ const. et $u=$ const. définies par (5).

Exprimons m_1 et m_2 en fonction de x, y, u, v. Les courbes C et C′ sont respectivement les lignes $v=$ const. et $u=$ const. du plan des x, y si $x(u, v)$ et $y(u, v)$ sont tels que

$$(6)\qquad \frac{\partial y}{\partial u} = m_1\frac{\partial x}{\partial u}, \qquad \frac{\partial y}{\partial v} = m_2\frac{\partial x}{\partial v}.$$

D'une solution $x(u, v)$, $y(u, v)$ du système (6) on déduit immédiatement des solutions des systèmes (4) et (4 *bis*).

3° Si, en outre, m_1 et m_2 ne renferment pas explicitement x, y, on obtient m_1 et m_2 en fonction de u et v et l'on a

$$(7)\qquad (m_1 - m_2)\frac{\partial^2 x}{\partial u\,\partial v} + \frac{\partial m_1}{\partial v}\frac{\partial x}{\partial u} - \frac{\partial m_2}{\partial u}\frac{\partial x}{\partial v} = 0,$$

$$(8)\qquad \left(\frac{1}{m_1} - \frac{1}{m_2}\right)\frac{\partial^2 y}{\partial u\,\partial v} + \frac{\partial\frac{1}{m_1}}{\partial v}\frac{\partial y}{\partial u} - \frac{\partial\frac{1}{m_2}}{\partial u}\frac{\partial y}{\partial v} = 0.$$

A l'aide des équations (6), on déduit des données de Cauchy relatives au

système (4), celles qui concernent (7); et d'une solution de (7) on tire, au moyen des équations (6), la valeur correspondante de y, qui est une solution de (8). On obtient immédiatement des solutions des systèmes (4) et (4 *bis*).

Revenons au problème des *milieux homogènes* et considérons le cas général où $D(N_x, T_{xy})/D(x, y) \neq 0$. Regardons N_y comme une des fonctions de N_x et T_{xy} définies par (2) et posons

$$(9) \qquad \lambda_1 + \lambda_2 = \frac{\partial N_y}{\partial T_{xy}} = \frac{2T_{xy}}{\xi}, \qquad \lambda_1\lambda_2 = -\frac{\partial N_y}{\partial N_x} = \frac{\eta}{\xi}.$$

λ_1 et λ_2 sont les coefficients angulaires des directions de glissement. Ce sont des fonctions connues de N_x et T_{xy}. Compte tenu de (9), on peut tirer des équations (1) un système *identique* au système (4) dans lequel on fait $\mathfrak{X} = N_x$, $\mathfrak{Y} = T_{xy}$, $m_1 = \mu_2 = \lambda_2$, $m_2 = \mu_1 = \lambda_1$, $A_1 = Y - \lambda_1 X$, $A_2 = Y - \lambda_2 X$. Ce résultat est en accord avec les formules (6) et (7) d'un travail antérieur [2]. A un domaine (x, y) doit correspondre un domaine (N_x, T_{xy}) tel que la correspondance soit univoque du premier vers le second. Lorsque X et Y sont nuls on se trouve dans le troisième des cas particuliers précédemment indiqués.

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Sur le modérateur à ailettes.*

Note de M. **Caïus Jacob**, présentée par M. Henri Villat.

1. Considérons une masse liquide, de densité ρ, remplissant l'intérieur d'un cylindre (C) de révolution autour de l'axe Oz_1, de rayon R et de hauteur infinie. Un appareil formé de n palettes planes, disposées radialement par rapport à Oz_1 et de hauteur également infinie, se trouve plongé dans le liquide et est animé d'un mouvement de rotation autour de cet axe. Nous supposerons que ces ailettes sont identiques et se répartissent régulièrement, l'angle de deux palettes consécutives étant égal à $2\pi/n$.

Dans la présente Note, nous nous proposons d'étudier le mouvement fluide produit par la rotation de cet appareil, qu'on appelle *modérateur à ailettes*, en admettant qu'il soit irrotationnel et parallèle au plan Ox_1y_1 mené par un point de Oz_1 normalement à cet axe. Il nous suffira alors de considérer le mouvement dans le plan Ox_1y_1, les axes fixes Ox_1 et Oy_1 étant rectangulaires. Désignons par Ox et Oy un système d'axes rectangulaires situés dans ce même plan et qui sont solidairement liés à l'appareil rotatif, de telle façon que la trace A_1B_1 d'une des ailettes se trouve précisément sur le côté positif de Ox, les abscisses de ses extrémités A_1 et B_1 étant respectivement a et b, avec $0 < a < b < R$. Soit encore $\omega(t)$ la vitesse angulaire de rotation de l'appareil par rapport au repère fixe.

2. Le potentiel complexe $f(z; t) = \varphi(x, y; t) + i\psi(x, y; t)$ de l'écoulement

(2) *Comptes rendus*, **213**, 1941, pp. 820-822.

liquide, rapporté aux axes Ox, Oy est donné par

$$(1) \qquad f(z;t) = -\frac{i\omega(t)}{2\pi}\sqrt{g(Z)}\int_{a^n}^{b^n}\frac{X^{\frac{2}{n}}-C}{\sqrt{|g(X)|}}\,\frac{R^{2n}-2ZX+X^2}{(X-Z)(R^{2n}-ZX)}\,dX,$$

où $Z=z^n$, $g(Z)=(Z-a^n)(Z-b^n)[Z-(R^{2n}/b^n)][Z-(R^{2n}/a^n)]$; on a posé

$$(2) \qquad C=\int_{a^n}^{b^n}\frac{X^{\frac{2}{n}}\,dX}{\sqrt{|g(X)|}}.$$

La formule (1) permet d'étudier tous les éléments du mouvement ainsi que de déterminer l'action hydrodynamique exercée sur les ailettes. Lorsque $n>1$ cette action se réduit à un couple dont le moment par rapport à l'axe de rotation est donné par

$$(3) \qquad \mathfrak{M} = -n\rho\oint_{A_1B_1} x\frac{\partial\varphi}{\partial t}\,dx,$$

l'intégrale étant prise des deux côtés de A_1B_1 dans le sens qui laisse le domaine liquide à droite. Des calculs simples conduisent alors à

$$(3') \qquad \mathfrak{M} = \frac{\rho}{\pi}\frac{d\omega}{dt}\int_{a^n}^{b^n}\frac{X^{\frac{2}{n}}-C}{\sqrt{|g(X)|}}\,dX\int_{a^n}^{b^n}\frac{Z^{\frac{2}{n}-1}\sqrt{|g(Z)|}}{Z-X}\,\frac{R^{2n}-2ZX+X^2}{R^{2n}-ZX}\,dZ,$$

la première intégrale étant prise en valeur principale au sens de Cauchy.

L'énergie cinétique du mouvement liquide est donnée par

$$(4) \qquad T = -\frac{n\rho}{2}\oint_{A_1B_1}\varphi\,d\psi = \frac{n\rho}{2}\,\omega(t)\int_{A_1B_1}x\varphi\,dx,$$

puisque $\psi=-(\omega/2)(x^2-C)$ sur A_1B_1. En comparant avec (3), on trouve

$$\frac{dT}{dt} = -\mathfrak{M}\,\omega(t),$$

ce qui exprime le théorème de l'énergie, en l'absence des forces de masses et de la viscosité.

3. La formule (1) correspond à l'écoulement acyclique. Pour obtenir la solution dans le cas où il y a une circulation γ autour de chaque ailette, il suffira de superposer à l'écoulement défini par (1) celui dû au potentiel complexe

$$(5) \qquad f_1(z) = \frac{\gamma}{2\pi i}\sqrt{g(Z)}\int_{b^n}^{\frac{R^{2n}}{b^n}}\frac{dX}{(X-Z)\sqrt{g(X)}} \qquad (Z=z^n).$$

Dans les formules ci-dessus, on prend pour $\sqrt{g(Z)}$ la détermination qui est positive pour $Z=0$ et qu'on suit par continuité.

4. La formule (1) permet de développer $f(z;t)$ suivant les puissances de R^{-2n}, en supposant que R soit suffisamment grand, et de se rendre compte de la perturbation produite par la présence de la paroi (C). Soit $f_0(z;t)$ le

potentiel complexe de l'écoulement liquide au cas où (C) est rejeté à l'infini. On a, en première approximation, à une fonction de t près,

$$f(z\,;\,t)=f_0(z\,;\,t)-\frac{ik\omega(t)}{2\pi R^{2n}}\sqrt{(z^n-a^n)(z^n-b^n)}$$

avec

$$f_0(z\,;\,t)=-\frac{i\omega(t)}{2\pi}\sqrt{(z^n-a^n)(z^n-b^n)}\int_{a^n}^{b^n}\frac{X^{\frac{2}{n}}}{\sqrt{(X-a^n)(b^n-X)}}\frac{dX}{X-z^n} \tag{6}$$

et

$$k=\int_{a^n}^{b^n}\frac{X^{\frac{2}{n}}\left(X-\dfrac{a^n+b^n}{2}\right)}{\sqrt{(X-a^n)(b^n-X)}}\,dX.$$

5. La formule (6) donne la solution du problème pour le fluide illimité; elle correspond au cas déjà étudié par MM. V. Vâlcovici [1] (lorsque $a=0$) et W. Spannhake [2], par une voie différente.

Les résultats de cette Note seront développés ailleurs.

MÉCANIQUE PHYSIQUE. — *Influence du frottement sur le fonctionnement des appareils indicateurs.* Note de M. **Fernand Charron**, présentée par M. Henri Villat.

D'une manière très générale, un appareil indicateur comprend une aiguille qui se meut devant un cadran divisé, sous l'action d'une force, fonction de la grandeur à mesurer. Cette force lui est transmise par l'intermédiaire de liaisons qui, comme toutes les liaisons réelles, ne sont pas dépourvues de frottement.

Comme premier effet de l'existence du frottement, chaque position de l'aiguille correspond à un état de faux équilibre. La grandeur G peut varier entre deux limites G_1 et G_2 sans que l'aiguille remue. L'écart G_2-G_1 est d'autant plus faible que le frottement est plus atténué.

Une deuxième conséquence est moins évidente et moins fatale. Imaginons que la grandeur G varie d'une manière continue. Il peut arriver pratiquement, suivant les appareils, ou bien que l'aiguille indicatrice se déplace d'une manière bien continue, ou au contraire qu'elle procède par saccades, de telle sorte que son mouvement ressemble grossièrement à la superposition d'un mouvement uniforme et d'un mouvement vibratoire.

Or ceci n'est pas une conséquence de la seule existence du frottement, mais plutôt de sa variation en fonction de la vitesse relative des points en contact, variation qui doit être en sens inverse de cette vitesse pour qu'il y ait apport

(1) *Comptes rendus*, 165, 1917, p. 147; *Annales scient. de l'Univ. de Jassy*, 10, 1920, p. 5; *Bulletin scient. de l'Éc. Polytechnique de Timisoara*, 2, 1929, p. 198.

(2) *Zeits. für angew. Math. und Mechanik*, 5, 1925, p. 481.

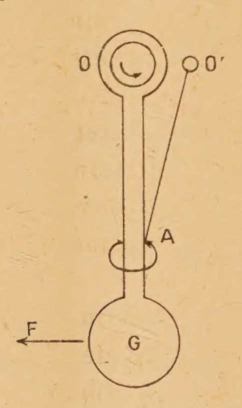
d'énergie dans le mouvement vibratoire supposé, et entretien de ce mouvement. Ce cas est systématiquement réalisé dans l'entretien des vibrations des cordes par archet colophané.

En général, pour la plupart des solides, le frottement au départ est un peu plus grand que pendant le mouvement et ceci explique les oscillations de l'aiguille indicatrice souvent observées.

C'est là un premier motif, mais ce n'est pas le seul, comme le montre l'observation suivante intéressante à signaler :

Deux appareils, en l'espèce deux altimètres, de systèmes différents, mais d'égale course et d'égale sensibilité, construits avec les mêmes matériaux, surfaces flottantes à sec et donnant à peu près un même écart d'aiguille dû aux frottements statiques, se montrèrent très différents quant au mouvement plus ou moins saccadé de l'aiguille en cas de variation continue de la pression.

Afin de découvrir plus aisément la raison de cette différence dans le comportement des deux mécanismes, il revient au même de supposer l'aiguille moyennement immobile, et tous les coussinets en rotation autour des pivots. Considérons une position d'équilibre de l'aiguille et imposons-lui, de part et



d'autre, un mouvement oscillatoire d'amplitude suffisamment petite pour que la vitesse relative des pivots et de leurs portées soit toujours de même sens. Il peut arriver, sous l'effet des réactions multiples, que les forces de frottement (ce phénomène étant supposé ici indépendant de la vitesse) prennent des valeurs différentes lorsque l'aiguille passe au même point dans deux sens différents, et que les forces les plus grandes correspondent précisément à la demi-oscillation qui s'effectue dans le sens des forces de frottement. L'aiguille oscille comme dans le premier cas parce qu'il y a transmission de travail positif au cours d'une oscillation.

A titre d'exemple, un pendule pesant OG est suspendu en O par un axe tournant dans le sens indiqué. Une tige O'A articulée en O' frotte par son extrémité A le long de la tige du pendule contre laquelle il est pressé par le ressort en Ω visible sur la figure.

Imaginons qu'une force extérieure lui donne une impulsion vers la droite. D'après les positions relatives de O et O′ le point A va glisser vers le bas et la réaction tangentielle de frottement va s'ajouter au poids du pendule et accroître le moment de frottement le long du contour de O. Au contraire, pendant une demi-oscillation de retour, le frottement en A va changer de sens et le moment résistant en O sera plus faible. En définitive il y aura transmission par l'arbre tournant d'un travail positif dans le cours d'une oscillation, laquelle sera entretenue pourvu que le travail résistant en A ne soit pas trop grand. Or il peut être rendu aussi faible que possible en rapprochant O′ de O sans que la réaction en A soit diminuée ni par conséquent le travail en O.

Réciproquement, si l'axe O est immobile et que le pendule soit écarté vers la gauche par une force F continûment croissante, le mouvement du pendule sera tel que des oscillations se superposeront au mouvement d'entraînement.

Il se produit des phénomènes analogues dans les trains d'engrenages. Pour chaque couple de dents en prise, une seule position existe pour laquelle il y a roulement sans glissement; de part et d'autre il naît des réactions tangentielles de frottement, qui peuvent modifier les réactions sur les pivots, et amorcer des oscillations comme précédemment. Ces oscillations sont d'ailleurs indépendantes des discontinuités que présentent les engrenages au moment où deux dents entrent en prise ou se quittent.

En résumé, les phénomènes de frottement, intervenant dans les liaisons parfois complexes que présentent certains appareils indicateurs, font apparaître, outre de faux équilibres, des mouvements saccadés de l'aiguille indicatrice, et il est probable que le mécanisme de ces liaisons n'a pas toujours été examiné de ce dernier point de vue.

Expérimentalement, on peut obtenir un test en collant sur l'aiguille un tout petit miroir convexe de 3 ou 4^{mm} de diamètre et 1^{cm} de rayon de courbure. Une lampe électrique placée devant, un peu obliquement, donne un point lumineux virtuel qui se déplace en même temps que l'aiguille. Un appareil photographique prend un cliché où les inégalités de teinte du trait circulaire obtenu traduisent les variations de vitesse de l'aiguille.

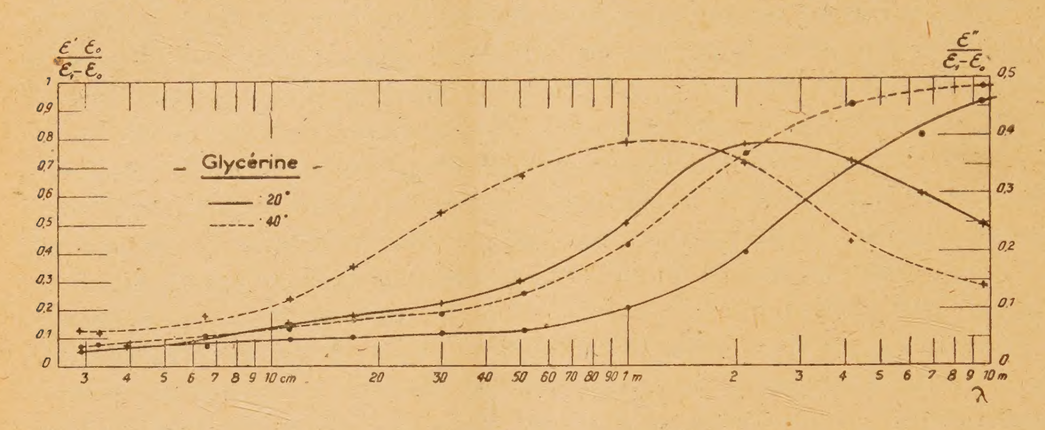
PHYSIQUE MOLÉCULAIRE. — *Spectre hertzien de la glycérine.* Note (1) de MM. **Pierre Girard** et **Paul Abadie**, présentée par M. Aimé Cotton.

La figure représente le spectre hertzien de la glycérine à 20° et à 40°. Nous avons relevé les courbes de dispersion et d'absorption mais, comme précédemment, ce sont les courbes de dispersion plus précises que nous utilisons pour l'interprétation du spectre.

---

(1) Séance du 27 septembre 1943.

Considérons d'abord la courbe de dispersion à 20°. L'étalement du spectre indique plusieurs régions de dispersion. En fait on en distingue deux : une première région circonscrite par une courbe, dont nous n'avons qu'un court segment terminal entre 3 et 6^{cm}, aboutit à un plateau qui s'étend entre 6 et 15^{cm}. De ce plateau part une deuxième courbe de dispersion. Autant qu'on en peut juger par la pente de son segment terminal, la première courbe débu-



terait dans une région où λ est inférieure au centimètre. Si l'on tient compte de la grande viscosité de la glycérine à 20°, ce résultat est surprenant.

D'autre part l'ensemble du spectre rappelle celui d'un monoalcool en chaîne droite qui serait très longue, et si nous considérions les deux régions de dispersion comme se rapportant à la molécule entière oscillant dans le champ alternatif, nous conclurions que celle-ci est très allongée. Or parmi les diverses dispositions possibles des groupements alcools dans la molécule celle qui implique une molécule allongée ou très allongée, groupements alcools parallèles ou à la file, doit être exclue. Le volume occupé dans l'espace par la molécule est probablement voisin de la sphère.

Ainsi nous sommes conduits à admettre qu'à la différence des spectres précédemment étudiés le spectre actuel ne se rapporte pas à la molécule entière oscillant dans le champ alternatif, mais que seule la deuxième courbe de dispersion s'y rapporte, la première courbe correspondant aux oscillations des groupements alcools dans la molécule.

L'effet de l'abaissement de la viscosité par élévation de la température est un critérium pour cette hypothèse.

A 40° on distingue également deux régions de dispersion, mais le plateau qui les sépare est beaucoup plus étroit.

Si le spectre se rapportait à la molécule entière oscillant dans le champ alternatif (comme c'est le cas pour les monoalcools) l'abaissement de la viscosité déplacerait l'ensemble des régions de dispersion vers les courtes longueurs d'onde. Ici on observe bien, il est vrai, un déplacement parallèlement à elle-même de la deuxième courbe de dispersion vers les courtes longueurs d'onde.

Mais la première courbe de dispersion, un peu plus haute qu'à 20°, est déplacée au contraire vers les grandes longueurs d'onde, son maximum n'étant atteint que vers $\lambda = 20^{cm}$ (alors qu'à 20° le plateau de la première région de dispersion commence vers 6^{cm}). Les deux déplacements de sens inverse des deux régions de dispersion se font aux dépens de la longueur du plateau. Le déplacement de la deuxième courbe de dispersion parallèlement à elle-même est une indication qu'une élévation de température de 20° ne déforme pas la molécule. Enfin une courbe calculée d'après la théorie de Debye, qui suppose une molécule sphérique, a la même forme que cette deuxième courbe de dispersion et, par un déplacement convenable car le temps de relaxation calculé est beaucoup trop grand, elle coïnciderait assez exactement avec cette dernière.

ÉLECTRODYNAMIQUE. — *Application du principe de la moindre action aux théories électrodynamiques modernes.* Note [1] de M. **Alfred Liénard.**

Dans une théorie restée justement célèbre, Maxwell a montré que les équations fondamentales de l'électrodynamique peuvent être mises sous la forme des équations de Lagrange pour les systèmes à liaison. Maxwell n'a considéré que le cas de courants linéaires fermés sur eux-mêmes, en absence de toute aimantation, ainsi que de courants de convection et de déplacement, et dans l'hypothèse ancienne d'actions instantanées à distance. H. Poincaré a étendu l'application à un cas particulier de la théorie de H. Lorentz [2].

A propos d'une étude sur la stabilité du mouvement de systèmes électrodynamiques, H. Chipart est revenu en 1929 aux diverses hypothèses simplificatrices de Maxwell, sauf qu'il admet la présence dans le champ du courant de substances magnétiques [3]. Il a pu traiter ce cas en utilisant la notion de potentiel thermodynamique de substances magnétiques en présence de courants, notion que j'avais montrée en 1923 être parfaitement compatible avec les lois de la thermodynamique [4].

Ayant établi dans un Mémoire publié en 1941 [5] que la théorie du potentiel thermodynamique peut être étendue à l'électrodynamique moderne avec courants non fermés et actions non instantanées, j'en ai profité, en m'appuyant sur les travaux que je viens de citer, pour étendre la théorie de Maxwell aux théories électrodynamiques pour les corps en mouvement de H. Lorentz et de

---

(1) Séance du 6 septembre 1943.

(2) *Électricité et Optique*, 2e édit., 1901, §§ 333 et suivants.

(3) *Journal de l'École Polytechnique*, 2e série, 27, pp. 341 à 373.

(4) *Ann. Phys.*, 9e série, 20, 1923, p. 249.

(5) *Ann. Faculté des Sciences de Toulouse*, 4e série, 5, 1941. Erratum à ce Mémoire : les deux dernières lignes de la note de la page 8 doivent être purement et simplement supprimées comme énonçant une proposition inexacte, car, dès qu'un corps s'aimante, il cesse d'être isotrope.

Hertz et autres plus générales, avec ou sans déformation et variation de température des matières en présence. J'ai obtenu le théorème suivant :

Si l'on admet, en plus de la relation bien connue ([6]) $B = H + J$, les deux premières équations de H. Lorentz, savoir :

$$\operatorname{div}(E + P) = \rho, \qquad \operatorname{rot} H = \frac{\partial E}{\partial t} + \frac{\partial P}{\partial t} - \operatorname{rot}[V.P] + i + \rho V,$$

et si l'on admet en outre l'existence d'un potentiel thermodynamique pour les corps aimantés et polarisés (d'une manière réversible) qui soit de la forme

$$\frac{E^2 - B^2}{2} + \mathcal{F}(J, P, T, \text{déformation})$$

par unité de volume, le principe mécanique de la moindre action suffit à entraîner les conséquences suivantes :

1° La fonction $\mathcal{F}$ est telle que

$$\frac{\partial \mathcal{F}}{\partial J} = B, \qquad \frac{\partial \mathcal{F}}{\partial P} = E_m.$$

2° Les variables satisfont, en plus des trois relations données, aux autres équations de H. Lorentz, savoir :

$$\operatorname{div} B = 0, \qquad \operatorname{rot} E = -\frac{\partial B}{\partial t}, \qquad E_m = E + [V.B].$$

3° La force d'origine électromagnétique développée sur l'unité de volume a pour expression

$$R = \left[i + \operatorname{rot} J + \rho V + \frac{\partial P}{\partial t} - \operatorname{rot}[V.P].B\right] + \{\rho - \operatorname{div} P\}E.$$

[*Notations* : E, force électrique dans l'éther; E_m, force électrique dans la matière animée de la vitesse V; P, polarisation; J, aimantation; B, induction magnétique; H, force magnétique; ρ, densité électrique; i, vecteur densité de courant.]

On a des résultats analogues pour la théorie de Hertz.

Il est intéressant de noter le point suivant : Maxwell a édifié sa théorie en prenant comme coordonnée généralisée la quantité d'électricité $q = \int^t I\,dt$ ayant traversé, à un instant donné, une section du circuit linéaire. La connaissance de cette quantité q, lorsqu'il s'agit de courants fermés, suffit à fixer la position des charges électriques aux divers instants, ainsi que le note H. Poincaré ([7]). Lorsqu'il ne s'agit plus de courants linéaires fermés, mais de courants quelconques dans des conducteurs massifs, il ne revient plus du tout au même de prendre comme variables les coordonnées des charges électriques ou, au contraire, les quantités d'électricité ayant traversé les éléments de surfaces matérielles. Or ce sont ces dernières quantités qu'il faut prendre pour aboutir aux relations 1°, 2° et 3°.

([6]) J'utilise les unités d'Heaviside. C'est pourquoi j'écris $H + J$ et non pas $H + 4\pi J$.

([7]) *Loc. cit.* ([2]), § 153.

Comme tout élément matériel de surface dS est variable en grandeur et en direction au cours du temps, l'intégrale $\int^t (i.dS)\,dt$ n'est pas équivalente à $\left(\int^t i\,dt.dS\right)$. Il faut prendre comme variables au lieu des $\int^t i\,dt$, les quantités $q_0 = \int^t i_0\,dt$, i_0 étant un certain vecteur associé à i et dépendant de la déformation [vecteur du *type polarisation* de H. Chipart ([8])].

Dans le cas de courants linéaires fermés, la quantité q_0 définie ci-dessus se réduit, à un facteur constant près, à la coordonnée q de Maxwell.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Contribution à l'étude de la* liaison d'hydrogène. *Identification de phases par leurs spectres de rayons X dans le système antipyrine-hydroquinone.* Note ([1]) de MM. **Jean Taboury** et **Élie Gray**, présentée par M. Marcel Delépine.

L'antipyrine est susceptible de fournir, avec un grand nombre de substances, des dérivés d'addition. Parmi ceux qu'elle donne avec des substances oxhydrilées, quelques-uns ont été identifiés par analyse thermique ([2]). Les spectres Raman de ces composés semblent montrer un exemple de coordination par *liaison d'hydrogène* entre le groupement —CO— de l'antipyrine et le groupement —OH de l'autre molécule ([3]). Nous avons utilisé les diagrammes de Debye-Scherrer pour compléter ces résultats et identifier les combinaisons. Nous avons étudié en particulier le système antipyrine-hydroquinone.

Le diagramme de poudre de divers mélanges, en proportion variable, de ces deux substances, solidifiés après fusion, a été effectué avec le rayonnement $K\alpha$ du cuivre en utilisant un montage qui permettait le pointé des interstices jusqu'à 30 Å. Les résultats sont exprimés en angströms et l'intensité des raies cotée de 0 à 10.

Les spectres indiqués dans le tableau I confirment l'existence de deux combinaisons seulement entre l'antipyrine et l'hydroquinone : l'une [ant. 2-hyd. 1], fusible à 131°, correspond à deux molécules d'antipyrine pour 1 molécule d'hydroquinone, l'autre [ant. 2-hyd. 3] fusible à 127° correspond à deux molécules d'antipyrine pour trois molécules d'hydroquinone. Les mélanges de composition comprise entre deux des quatre phases successives : antipyrine,

([8]) *Journal de l'École Polytechnique*, 2e série, 31, 1935, §§ 20 et suivants.

([1]) Séance du 13 septembre 1943.

([2]) Kremann et Haas, *Monatshefte für Chemie*, 40, 1919, p. 155; Paulin, *Thèse Pharmacie*, Paris, 1925; Krynakowski et Adamanis, *Bull. Soc. Chim.*, 4, 1937, p. 1815.

([3]) Taboury, *Comptes rendus*, 214, 1942, p. 764; Taboury, *Bull. Soc. Chim.*, 10, 1943, p. 205.

|ant. 2-hyd. 1|, |ant. 2-hyd. 3|, hydroquinone, donnent des diagrammes qui sont formés par la superposition de ceux des deux phases qui les encadrent.

Pour la prise des spectres Raman de ces deux combinaisons les cristaux provenant d'une fusion ne conviennent pas car ils sont colorés. Nous avons essayé de les préparer par cristallisation dans l'alcool à partir d'une solution alcoolique des constituants dans les proportions de la combinaison désirée.

Avec la combinaison |ant. 2-hyd. 1| les cristaux ainsi obtenus, bien qu'ayant la composition désirée se sont révélés tout à fait différents de ceux obtenus par fusion, comme en témoignent les diagrammes indiqués dans le tableau II. Cette combinaison peut donc exister sous deux formes : la forme α obtenue à partir de la solution alcoolique (point de fusion instantané 127°) et la forme β (point de fusion 131°). De plus le passage de l'une à l'autre de ces formes est possible; la température d'équilibre est voisine de 110°.

Pour obtenir la combinaison |ant. 2-hyd. 3| par cristallisation dans l'alcool, il est nécessaire d'opérer avec un excès suffisant d'hydroquinone par rapport à la quantité théorique correspondant à la combinaison désirée, sinon on obtient la forme α de la combinaison |ant. 2-hyd. 1| dont le point de fusion est d'ailleurs identique à celui de |ant. 2-hyd. 3|.

En conclusion, l'emploi des diagrammes Debye-Scherrer nous a permis de compléter l'étude du système binaire antipyrine-hydroquinone. Les résultats de l'analyse thermique ont été confirmés. Nous avons mis en évidence l'existence de deux formes cristallines de la combinaison |ant. 2-hyd. 1| et déterminé leur point de transformation mutuelle.

Nous avons, en outre, pu préciser les conditions de préparation de ces combinaisons en gros cristaux incolores convenables pour la spectrographie Raman, par l'intermédiaire de solutions alcooliques des constituants.

Tableau I.

Antipyrine. — 7,70 (2); 6,8 (5); 5,8 (2); 4,5 (10); 4,2 (8); 3,7 (7); 3,4 (1); 3,1 (5); 3,0 (1); 2,8 (2); 2,6 (1); 2,3 (1); 2,1 (1).

Mélange % (11,25 *hyd.*, 88,75 *ant.*). — 7,7 (2); 6,8 (7); 6,1 (3); 5,5 (4); 4,5 (10); 4,2 (8); 3,8 (3); 3,6 (6); 3,1 (5); 2,8 (2).

Ant. 2-Hyd. 1 (forme β). — 8,3 (2); 7,0 (9); 6,0 (9); 5,5 (10); 5,0 (1); 4,3 (10); 3,8 (5); 3,6 (8); 3,2 (5).

Mélange % (34,55 *hyd.*, 65,45 *ant.*). — 10,2 (2); 9,0 (2); 8,6 (1); 7,9 (8); 7,0 (1); 6,1 (1); 5,6 (3); 5,1 (3); 4,6 (10); 4,3 (2); 3,8 (6); 3,6 (5); 3,1 (1); 2,9 (5); 2,1 (2).

Ant. 2-Hyd. 3. — 9,0 (5); 7,8 (5); 6,8 (5); 5,4 (4); 5,2 (4); 4,6 (10); 4,2 (8); 4,1 (3); 3,8 (7); 3,6 (5); 3,4 (1); 2,8 (5).

Mélange % (73,3 *hyd.*, 26,7 *ant.*). — 20,5 (1); 10,3 (3); 8,9 (3); 7,0 (5); 5,4 (4); 5,2 (4); 4,6 (10); 4,4 (5); 4,2 (4); 3,8 (8); 3,6 (5); 3,2 (8); 3,0 (6).

Hydroquinone. — 20,5 (3); 10 (10); 7,4 (1); 5,5 (5); 4,4 (3); 4,2 (10); 4,0 (3); 3,9 (3); 3,4 (1); 3,2 (9); 2,9 (3); 2,8 (3); 2,6 (1); 2,5 (3); 2,1 (2); 2,0 (1); 1,9 (1); 1,8 (5).

TABLEAU II.

Ant. 2-*Hyd.* 1 (forme α). — 9,8 (9); 8,5 (2); 7,7 (10); 7,1 (1); 6,2 (0,5); 5,5 (1); 4,6 (9); 3,95 (10); 3,5 (5); 3,4 (1); 2,9 (5).

Ant. 2-*Hyd.* 1 (forme β). — 8,3 (2); 7,0 (9); 6,0 (9); 5,5 (10); 5,0 (1); 4,3 (10); 3,8 (5); 3,6 (8); 3,2 (5).

PÉDOLOGIE. — *Les latérites du Moyen Niger et leur signification paléoclimatique.* Note de M. **Henri Erhart.**

Il existe dans le Soudan français d'importantes formations de latérites qui ont été signalées par de nombreux voyageurs. L'idée dominante des géologues et des géographes qui ont visité les régions intéressées (Chudeau, Chevalier, Furon, Scaëtta, Urvoy etc.) est que les latérites représentent des sédiments qui ont été latéritisés sur place postérieurement à leur dépôt. Pour M. Y. Urvoy, qui a consacré tout récemment, un ouvrage important à l'étude géographique des Bassins du Niger [1], cette latéritisation remonterait à la fin du Tertiaire ou au début du Quaternaire et indiquerait le régime tropical humide des régions soudanaises à cette époque. Pour M. H. Scaëtta, la latéritisation se poursuivrait encore de nos jours. Cet auteur, dans une Note à l'Académie, a même qualifié le Soudan français comme « épicentre climatique des processus de latéritisation [2] ».

Indépendamment du manque absolu de documents minéralogiques et chimiques, les observations de terrain des auteurs précités renferment toutes une lacune essentielle qui est la cause d'erreurs inévitables dans l'interprétation des formations latéritiques. Si la latéritisation s'était opérée sur place, soit anciennement, soit actuellement, il faudrait trouver les différents horizons pédologiques caractéristiques de tout profil latéritique et, notamment, la zone de passage entre la latérite et la roche mère dont elle provient. Une étude approffondie des formations latéritiques que j'ai observées au cours d'un voyage à travers le Soudan, dans la région comprise entre Bamako et Gao, me permet de dire que ceci n'est jamais le cas. A part quelques cas isolés de latéritisation sur place qui concernent des affleurements de roches ignées incomplètement décapées avant l'arrivée des sédiments tertiaires, toutes les formations latéritiques de la région représentent des alluvions de produits latéritiques et non pas des alluvions latéritisées.

Leur composition est d'ailleurs extrêmement variable, allant de l'argile kaolinique plus ou moins ferrugineuse à la bauxite la plus pure qui ne contient pratiquement que des hydroxydes d'alumine, mélangés à des proportions variables d'hydroxydes de fer. Dans la majorité des cas, il s'agit d'argiles

---

(1) *Les Bassins du Niger*, Paris, 1942.

(2) *Comptes rendus*, **208**, 1939, p. 912.

latéritiques, c'est-à-dire d'un mélange de kaolinite, d'hydroxyde d'alumine et d'hydroxyde de fer. L'hydroxyde d'alumine est généralement de la gibbsite à 3^{mol} d'eau. Mais j'ai rencontré parmi les matériaux les plus alumineux, des allites relativement pauvres en eau de constitution qui contiennent un hydroxyde à une seule molécule d'eau que les rayons X ont montré être de la boehmite. Les observations micrographiques concordent entièrement avec les observations de terrain pour affirmer que partout il s'agit de dépôts amenés tels quels par le fleuve. La seule modification qu'ils ont subis au moment de leur mise en place est une imprégnation plus ou moins importante par de l'opale qui existait sous forme de micelles colloïdales dans l'eau du fleuve ou qui avait été captée par le plankton siliceux. Une modification postérieure consiste dans la formation de cuirasses ferrugineuses par montée capillaire de l'hydroxyde de fer au moment ou l'alluvion s'asséchait.

L'opinion de M. Scaëtta qu'il s'agit de formations actuelles est non seulement infirmée par l'absence de zones de passage, mais est en plus contredite par la position topographique de ces latérites, situées toujours au-dessus du niveau du fleuve et correspondant à des alluvions anciennes. Les rares cas où l'on rencontre ces formations parmi les dépôts actuels ou subactuels du fleuve sont dus à un deuxième remaniement. Admettre la formation actuelle de ces latérites serait en plus une hérésie au point de vue pédologique. Jamais une latérite ni une argile latéritique ne peuvent se former dans un régime climatique quasi-désertique ou sous celui de la forêt tropophile du Soudan. Ces régimes climatiques conduisent toujours à une concentration des éléments solubles du sol, alors que la latéritisation est, au contraire, caractérisée par la lessivation intégrale du sol qui ne peut s'accomplir que sous la forêt vierge équatoriale ombrophile ou sous la forêt tropicale très humide. Ce point de vue avait été bien compris par M. Urvoy lorsqu'il a tenté de se servir des formations latéritiques pour en tirer une indication paléoclimatique en ce qui concerne la limite des temps tertiaires et quaternaires. Mais le fait qu'il s'agit partout d'alluvions de produits latéritiques préformés indique que cette époque ne marque que la période de leur mise en place. L'époque de leur genèse est forcément antérieure, et l'indication paléoclimatique que l'auteur en tire pour la période tertiaire-quaternaire est par conséquent erronée.

A mon avis, ces produits représentent le résidu de l'altération des roches silicatées alumineuses qui s'est accumulé dans le bassin d'alimentation du Paléo-Niger, au cours d'une très longue période antérieure, sous une couverture forestière épaisse et sous un climat tropical très humide. La période en question embrasse probablement au moins tout le Tertiaire, sinon le Crétacé ou plus encore. L'époque du remaniement marque, au contraire, une modification importante du climat et une évolution très prononcée vers l'aridité ou le froid, entraînant la disparition de la forêt qui avait protégé les sols de l'érosion et permis la latéritisation, et provoquant, par voie de conséquence,

l'épandage du manteau d'argiles latéritiques dans les plaines et les cuvettes.

Il est intéressant de faire remarquer que cette période de rupture d'équilibre climatique et biologique coïncide approximativement avec l'époque où, un peu partout sur le Globe et aussi en Afrique et en France, se sont produits des modifications géologiques importantes et où se serait accompli, suivant la théorie de Wegener, un mouvement de dérive considérable.

ANATOMIE VÉGÉTALE. — *Le convergent défini par Chauveaud est un groupement complexe. Nouvel exemple.* Note de Mlle **Madeleine Fourcroy**, présentée par M. Louis Blaringhem

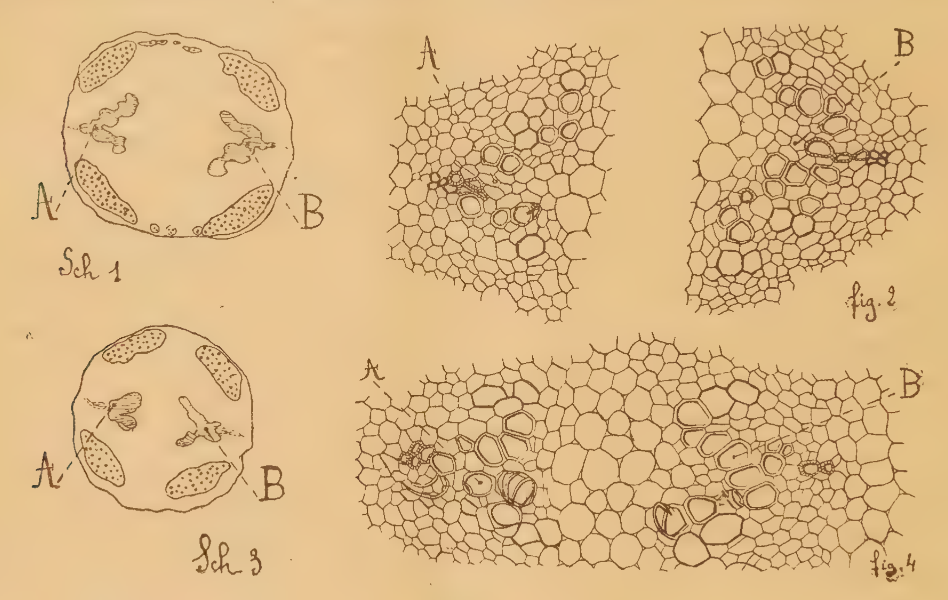
G. Bouvrain a récemment démontré que le convergent défini par Chauveaud ne pouvait être conservé comme unité conductrice parce que c'est un groupement complexe. Il signale que les faisceaux libéro-ligneux sont *à valence multiple* par suite des nombreuses anastomoses qui s'y produisent. La *convergence* des éléments conducteurs, au cours de leur différenciation basipète, provoque leur condensation et le nombre des faisceaux diminue. Dans la tige hypocotylée jeune et dans la racine des Dicotylédones et des Gymnospermes, ce nombre est très faible. En même temps, l'influence de l'accélération basifuge s'atténue et les faisceaux de xylème affectent la forme primitive avec phase alterne. C'est alors que Chauveaud cherche le faisceau unitaire; Bouvrain le trouve dans la feuille : c'est le faisceau libéro-ligneux naissant, isolé avant sa première anastomose.

Cette Note montre la complexité du convergent de Chauveaud dans un axe hypocotylé de Chardon béni. Elle révèle en outre que la connaissance des faisceaux composants peut expliquer des anomalies apparentes dans l'ordre de résorption des éléments.

Vers le sommet de l'hypocotyle (schéma 3 et *fig.* 4) deux convergents classiques présentent leurs premiers vaisseaux alternes en voie de régression, des éléments alternes fonctionnels, puis des intermédiaires et enfin des superposés centrifuges dont les plus récents, les uns primaires, les autres secondaires en voie de différenciation, prolongent les ailes d'un ensemble apparemment *un* malgré quelque solutions de continuité. Mais des altérations de la lignine de certains éléments profonds, notamment dans l'aile gauche de B, ne se justifient pas par les lois habituelles de l'évolution.

Insensiblement plus haut, on est encore tenté de parler des trois phases xylémiques de deux convergents qui, à un faible grossissement, apparaissent compacts (schéma 1). Les phases alternes sont plus courtes, les résorptions plus intenses, les ailes plus étalées que plus bas; tout cela est normal ainsi que la présence de petits groupes criblés entre les 4 demi-faisceaux criblés des convergents. Observons les faisceaux vasculaires : 7 faisceaux composants sont distincts dans le faisceau A (*fig.* 2). Le premier comporte les 8 vaisseaux

centripètes qui prolongent le faisceau cotylédonnaire, 4 résorbés, 4 altérés. A gauche 3 faisceaux composants comprennent respectivement 2, 5 et 2 vaisseaux, dont certains en voie de différenciation. A droite, 3 faisceaux également : un élément venu au contact de la phase alterne; 3 éléments, *dont le plus interne, le plus vieux, se résorbe*, ce qui est normal : enfin, 1 élément très récent, seulement prédifférencié. Outre l'identification des faisceaux qui *convergent*, notons la position quasi intermédiaire d'un élément récent de



l'aîle gauche; il comble une solution de continuité entre les faisceaux composants et plus tard, différencié, risquera d'être attribué à la seconde phase bien qu'appartenant à la troisième.

De même, 7 faisceaux composent le faisceau B (*fig.* 2). Ici encore les vaisseaux centripètes, 4 résorbés, 4 altérés, sont isolés; à l'aile gauche 3, peut-être 4 faisceaux; à droite 2. Le fait intéressant réside dans la présence, à gauche, d'un élément altéré, de petit calibre, le plus interne, donc le plus vieux de l'un des faisceaux composants, élément qui justifie que, plus bas, nous ayons vu des altérations dans l'aile gauche. A noter également comment la convergence progressive des éléments, au cours de leur différenciation basipète, les amène en juxtaposition tangentielle, au niveau de la figure 4, alors qu'ils sont ici séparés et en position superposée.

Ainsi, 7 faisceaux composants concourent à former le xylème de l'un des convergents A ou B de la figure 4 qui ne peut dès lors représenter une unité conductrice. Des résorptions peuvent toucher des vaisseaux internes dans le faisceau : ce sont les plus anciens de l'un des faisceaux composants. Enfin, des vaisseaux en position superposée peuvent, insensiblement plus bas, poursuivre leur différenciation en position tangentielle. Cette remarque est essentielle.

CYTOPHYSIOLOGIE. — *La mise en évidence d'une action de la vitamine* C *sur la cellule vivante, grâce à l'intervention de l'adrénaline.* Note de M. **Philippe Joyet-Lavergne**, présentée par M. Maurice Caullery.

On sait que, quand on donne, soit à divers types de cellules végétales vivantes, soit à la cellule vivante de la glande salivaire de la larve de Chironome, un supplément d'acide ascorbique, le rythme des oxydations cellulaires ne se trouve pas modifié par l'introduction de la vitamine C dans ces cellules ([1]). Il n'en est pas de même si l'un de ces types cellulaires a subi, au préalable, l'action de l'adrénaline. Pour mettre ce fait en évidence, on procède de la façon suivante :

1. *Cellules végétales.* — Un fragment microscopique de tissu, prélevé sur le végétal vivant, est divisé en trois parties égales. La première partie est placée dans une goutte d'eau, la deuxième et la troisième sont placées chacune dans une goutte d'adrénaline à 1/1000. Huit minutes après, on ajoute une goutte d'eau à chacune des deux premières préparations, tandis que la troisième reçoit une goutte de solution aqueuse d'acide ascorbique à 1/5000. Après un séjour de 10 minutes, on ajoute, à chacune des trois préparations, la même quantité du même leucodérivé et l'on observe les phénomènes d'oxydations intracellulaires qui se passent dans les divers tissus. Nous avons utilisé les leucodérivés des substances suivantes : phénosafranine, rouge neutre, bleu de crésyl et bleu de Nil. Chaque type de tissu a été étudié avec deux ou plusieurs de ces réactifs. Les observations ont porté sur les tissus suivants : épiderme de la feuille de Poireau ; parois de l'anthère et épiderme du filet de l'étamine dans les fleurs de Linaire; fragments de jeunes ovules et épiderme du filet de l'étamine chez la Rose trémière; épiderme du pédoncule floral et du filet de l'étamine chez le Glaïeul; épiderme de la bordure du stigmate chez le Lis. Une étude antérieure avait montré que, pour ces divers types cellulaires, l'absorption d'un supplément d'acide ascorbique n'a aucune action sur les oxydations cellulaires ([1]). Dans chacune des expériences, l'examen comparé des trois préparations apporte les résultats suivants : la présence de l'adrénaline dans la cellule augmente, en général, le pouvoir d'oxydation intracellulaire, mais la cellule qui a subi l'action de l'acide ascorbique après l'adrénaline a un pouvoir oxydant nettement plus élevé. Si, exceptionnellement, l'adrénaline seule augmente fortement le pouvoir oxydant de la cellule, l'adjonction d'acide ascorbique n'apporte aucun changement appréciable. Dans quelques expériences, l'adrénaline n'a eu aucune action, l'association adrénaline + acide ascorbique a néanmoins entraîné une augmentation nette du pouvoir oxydant.

2. *Larve de Chironome.* — Pour chaque expérience, on place chacune des deux glandes salivaires d'un individu dans une goutte d'adrénaline à 1/1000 où

([1]) Ph. Joyet-Lavergne, *Comptes rendus*, 214, 1942, p. 685.

elles séjournent 5 minutes. On ajoute alors, à l'une des préparations, une goutte de solution aqueuse d'acide ascorbique à 1/5000, tandis que l'autre préparation reçoit une goutte d'eau; 8 minutes après, chacune des deux préparations reçoit la même quantité du même leucodérivé et l'on étudie l'oxydation du leucodérivé dans les cellules des deux glandes. On observe que le rythme des oxydations n'est pas le même dans les deux préparations. Les cellules de la glande qui ont absorbé de l'acide ascorbique sont le siège d'oxydations plus rapides et plus intenses. Avec le leucodérivé de la phénosafranine, on constate que le cytoplasme des cellules ayant subi l'action de l'acide ascorbique présente une coloration rouge, alors que le cytoplasme des cellules semblables du même organisme, placées dans des conditions rigoureusement identiques, mais n'ayant pas absorbé de vitamines C, présente seulement une coloration jaune. Les expériences avec le leucodérivé du rouge neutre donnent des résultats semblables. Pour les organismes étudiés avec le leucodérivé du bleu de Nil, les cellules ayant absorbé de l'acide ascorbique présentent une coloration bleue tandis que les cellules semblables du même individu, n'ayant pas absorbé de vitamine C, ont seulement une coloration vert pâle. Des résultats semblables sont obtenus avec les individus étudiés, soit avec le leucodérivé du bleu de méthylène, soit avec le leucodérivé du bleu de crésyl. Enfin, les organismes étudiés avec le leucodérivé de la thionine ou le leucodérivé vert Janus montrent également que les cellules ayant subi l'action de l'acide ascorbique ont un pouvoir oxydant plus élevé. On sait que des expériences antérieures avaient montré que, pour le type cellulaire étudié, l'acide ascorbique n'a aucune action sur le rythme des oxydations ([1]).

Les diverses expériences faites, tant sur les Végétaux que sur le Chironome, apportent des résultats concordants : aucun des types cellulaires étudiés n'est capable d'utiliser un supplément de vitamine C pour modifier sa respiration, mais il suffit de faire absorber à la cellule des traces d'adrénaline pour lui conférer le pouvoir d'utiliser la vitamine C. Cette vitamine prend alors place parmi les catalyseurs cellulaires et joue un rôle actif dans les oxydations.

Conclusions. — *La présence d'une certaine quantité d'adrénaline dans la cellule vivante peut lui permettre d'utiliser un supplément de vitamine* C *pour augmenter le système de ses oxydations. Pour les types cellulaires étudiés, ce supplément de vitamine* C *était inutilisable en l'absence d'adrénaline.*

BACTÉRIOLOGIE. — *Un nouveau test bactériologique pour l'appréciation de la qualité des eaux de boisson :* l'indice typhogène. Note de MM. **Henri Violle** et **Jean Fricker**.

L'appréciation de la qualité bactériologique d'une eau est actuellement obtenue par deux épreuves : la numération des germes et la colimétrie, auxquelles peuvent être adjointes des recherches secondaires telles que celles

de l'entérocoque, des bactéries thermophiles, des germes putrides etc. Malheureusement, il y a parfois discordance entre ces épreuves et c'est alors la colimétrie, indiscutable témoin de la pollution fécale, qui l'emporte. Cependant la colimétrie elle-même laisse parfois le bactériologiste dans l'embarras, surtout entre 10 et 100 colibacilles par litre. Si l'on s'en rapporte en effet aux travaux de H. Vincent, qui font autorité en la matière, on voit qu'il donne les appréciations suivantes :

10 à 50 colibacilles par litre = eau d'assez bonne qualité;

50 à 100 colibacilles par litre = eau passable ou médiocre, à surveiller.

Il serait donc intéressant, semble-t-il d'envisager d'autres facteurs pour la détermination de la qualité d'une eau. Pour cela il nous semble qu'il y a lieu de considérer que le danger principal d'une eau réside dans son pouvoir de véhiculer le Bacille d'Eberth. Mais, entre le moment où l'eau est contaminée et celui où elle est consommée, il s'écoule toujours un délai, plus ou moins long, pouvant atteindre quelques jours, parfois même quelques semaines. Pendant toute cette durée, le colibacille, doué d'un potentiel vital considérable, pourra persister dans l'eau, alors que le Bacille d'Eberth, beaucoup plus fragile sera soumis à de nombreuses causes de destruction. Toutes conditions égales d'ailleurs, une eau sera donc d'autant plus dangereuse que la persistance de l'Eberth y sera plus longue, en raison du *climat favorable,* si l'on peut dire, représentant la résultante des éléments variés et complexes rencontrés dans l'eau par ce germe. Il y aurait ainsi le plus grand intérêt à fixer, pour chaque échantillon d'eau, la durée de la survie du B. d'Eberth sans tenir compte, dans cet ensemble, des divers facteurs pouvant intervenir à ce point de vue, tels que le pH, le taux de la matière organique, les différents ions, le bactériophage, les germes antagonistes etc., bref, à en rechercher le pouvoir bactéricide global. Le problème étant ainsi posé, restait à trouver une technique simple et pratique. Rejetant tout ce qui aurait pu modifier le pouvoir bactéricide naturel de l'eau vis-àvis du B. d'Eberth, nous avons cherché une méthode permettant d'utiliser l'eau telle qu'elle arrive au laboratoire, vivante, pour ainsi dire.

Technique. — Les différents contrôles de la persistance du Bacille d'Eberth dans l'eau se font ainsi ; on met 10^{cm^3} d'eau à expertiser dans un tube stérile; on y ajoute $0^{cm^3},1$ d'une émulsion faite en délayant une anse d'une culture du B. d'Eberth sur gélose de 24 heures dans 10^{cm^3} d'eau physiologique, ce qui donne une émulsion dont le titre oscille très approximativement autour de 100 millions de germes par centimètre cube. On agite et on laisse le tube contenant cette émulsion microbienne, capuchonné, à l'étuve à 37°, pendant des temps différents : 24, 48, 72, 96 heures, c'est-à-dire 1, 2, 3, 4 jours, durée, après laquelle on arrête l'expertise. On ensemence $0^{cm^3},1$ de cette eau, après ces laps de temps divers, dans des tubes de bouillon ordinaire, où l'on a placé entre le coton et le verre, selon la méthode de Schardinger, une petite bande de papier filtre imprégnée de sous-acétate de plomb à 5 %, l'extrémité inférieure de cette

bande devant rester à 2^{cm} environ du liquide. Les tubes, ainsi ensemencés, sont mis à l'étuve à 37° et examinés seulement après 48 heures, en raison du retard fréquent dans la culture du B. d'Eberth, provoqué par le pouvoir antagoniste de l'eau. Quand le Bacille typhique encore vivant a poussé, on note une teinte noire métallique de l'extrémité inférieure du papier due au sulfure de plomb formé par l'H^2S dégagé par ce microbe. On fait, parallèlement à cette expérience, un témoin en ensemençant dans un tube de bouillon ordinaire, avec papier au sous-acétate de plomb, $0^{cm^3},1$ de l'eau en nature.

Avantages de cette technique. — La quantité considérable de B. d'Eberth ajoutée, qui oscille autour de 10 millions de germes, ne risque pas de fausser l'expérience puisqu'elle ne s'accompagne de l'apport d'aucune matière organique. La quantité exacte de bacilles ajoutés n'a d'ailleurs aucune importance, l'essentiel étant qu'il y en ait un excès. Cela permet en effet de n'ensemencer, pour le contrôle de la longévité du bacille, qu'une faible quantité d'eau, peu susceptible d'apporter des germes préalablement contenus dans l'eau et pouvant produire de l'H^2S (Proteus, certains *B. Coli* etc.). D'ailleurs, le témoin, fait avant l'addition du B. d'Eberth, répond à cette possibilité d'erreur qui ne pourrait se rencontrer que pour des eaux tellement polluées que leur mauvaise qualité les rendrait alors absolument impropres à la boisson.

Enfin la température de 37°, choisie pour la conservation de l'eau, permet de diminuer la durée de l'expérimentation et d'observer, en un véritable raccourci, ce qui se passe à l'état normal. Nous avons pu, en effet, constater que la survie du B. d'Eberth dans une eau est toujours notablement plus courte à 37° qu'à 16-18°, le plus souvent moitié moindre. En outre la température de 37° est réalisée dans tous les laboratoires, alors que celle de 16 à 18° est difficile à maintenir constante, d'où cause d'erreur possible.

Résultats. — 1° Dans les conditions de notre expérimentation, la survie du Bacille typhique est maxima dans l'eau stérilisée à 120° et minima dans l'eau nature, les résistances intermédiaires de ce bacille étant représentées par son contact avec l'eau tyndalisée à 80° et l'eau filtrée sur bougie L^4. Notre technique d'expérience avec de l'eau nature se justifie donc parfaitement.

2° Il n'y a aucun rapport apparent entre le taux de la colimétrie et la durée de la persistance de l'Eberth. C'est là le fait essentiel qne nous avons mis en évidence par cette méthode.

3° Nous proposons d'appeler *indice typhogène* la durée exprimée en heures de la persistance du B. d'Eberth dans une eau à 37°. Plus cet indice sera élevé, plus l'eau sera considérée comme dangereuse. Cet indice sera surtout utile pour la région de la colimétrie comprise en 10 et 100. Il est bien évident que, tout comme la colimétrie, l'indice typhogène n'est pas invariable et que, sous des influences diverses, il est susceptible de se modifier plus ou moins rapidement.

IMMUNOCHIMIE. — *Solubilité et structure des composés antigène-anticorps.* Note de M. **Dikran Dervichian**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Les conclusions de ma précédente Note ([1]), au sujet des solutions de savon et de leur coagulation, me permettent de remanier la théorie que nous avions établie avec P. Grabar ([2]) sur le mécanisme des réactions antigène-anticorps et d'éclaircir quelques nouveaux points. Les précipités doivent se développer beaucoup plus par accolement latéral des molécules protéiques que par simple empilement sur les faces ionisées. Aussi bien pour les molécules d'antigène (G) que pour celles d'anticorps (A), la cohésion mutuelle est plus faible que l'affinité pour l'eau, ce qui explique leur solubilité. Mais la liaison chimique spécifique de G avec A supplée à la cohésion, de sorte que l'ensemble s'agglomère, les molécules d'une espèce servant de ciment à celles de l'autre. Ainsi que nous l'avions montré, chaque molécule d'antigène peut, par chacune de ses faces, s'unir avec 3^{mol} d'anticorps et les lier côte à côte autour de sommets communs. Mais j'ajoute ici que cet accolement doit se poursuivre dans le plan en un pavage hexagonal, de façon à constituer des feuillets continus de A. L'existence des deux faces identiques et parallèles des molécules protéiques plates permet, simultanément, l'empilement et la poursuite d'une autre liaison de proche en proche, réalisant des ponts entre couches superposées en sandwichs.

Le nombre maximum des molécules G dans un tel édifice ne peut être que de 1 G pour 1 A. Mais cette proportion n'est pas nécessaire. On devine que les deux modes de liaison, à savoir celui qui accole les molécules de A dans chaque feuillet et celui qui les associe dans leur empilement, se favorisent mutuellement dans l'édification de l'ensemble. Cette remarque nous permet de comprendre que des quantités de G en très faible proportion puissent suffire à lier l'ensemble et à donner un précipité contenant les deux constituants dans une proportion voisine de celle qu'exprime la formule A_3G. Il n'en reste pas moins vrai que l'édifice feuilleté le plus solide se constituera avec un nombre de molécules G voisin de celui qu'implique la formule A_3G. Avec 3 A pour 1 G, on aurait, rassemblés sur un même plan et emboîtés les uns dans les autres, un ensemble de petits groupes représentés chacun par la figure *a* de notre précédente Note ([2]). L'édifice serait formé de feuillets A_3G superposés dans lesquels l'emplacement des G est alterné suivant la verticale. Cela se produit dans la zone dite d'*équivalence*. A cette proportion la plus probable et donnant lieu à l'édifice le plus solide, correspond la vitesse de formation la plus grande; on comprendrait le sens de la primo-floculation de Ramon.

Avec un nombre de molécules de G plus grand qu'il n'en faut pour ne

---

([1]) *Comptes rendus*, 217, 1943, p. 299.

([2]) *Ibid*, 214, 1942, p. 195; *Ann. Inst. Pasteur*, 68, 1942, p. 74.

saturer qu'une face du feuillet des A, les valences libres de l'autre face également pourront être occupées. Deux tels feuillets de A, saturés par des G sur leurs deux faces à la fois, n'auraient plus aucune raison de s'accoler. Il n'y aurait donc plus empilement et précipitation, mais simple développement dans le plan, ce qui pourrait donner lieu à un énorme accroissement de la viscosité. Les associations solubles de A et de G apparaîtront donc dès que la proportion de 1 G pour 1 A sera dépassée et se poursuivront jusqu'à 2 G pour 1 A, ainsi que semblent l'indiquer les données expérimentales. C'est la zone d'inhibition.

La combinaison antigène-anticorps comporte une certaine réversibilité. Deux feuillets étant déjà accolés, bien que restent encore des valences non saturées, les chances pour qu'une nouvelle molécule d'antigène puisse s'y faufiler sont très faibles. En mettant, d'un seul coup, une quantité importante d'antigène, on en immobilise une plus grande quantité entre les feuillets d'anticorps qu'il n'en faudrait pour constituer plus économiquement le même édifice. C'est le phénomène de Danysz.

On sait que les haptènes simples inhibent la précipitation antigène-anticorps, mais ne précipitent pas eux-mêmes. Nous dirons que ces petites molécules, grâce à leur spécificité, saturent les valences, mais ne peuvent ni lier latéralement les molécules de l'anticorps ni favoriser l'empilement, du fait de leur point de liaison unique et de l'absence de la double face, caractère essentiel de la molécule protéique.

Soulignons que ce n'est pas la solubilité du composé qui intervient après coup, mais bien plutôt la solubilité de l'anticorps, avant même la combinaison. Il est évident que la possibilité d'accolement des molécules de A est fonction de leur plus ou moins grande cohésion et que, par suite, il faut d'autant moins de molécules de G pour les lier dans un édifice qu'elles sont naturellement moins solubles. On sait que les pseudoglobulines sont plus solubles que les euglobulines. Or, suivant l'animal et suivant l'antigène utilisé, l'anticorps correspondant est une pseudoglobuline ou une euglobuline. Si c'est une euglobuline, la moindre trace d'antigène suffira pour apporter le faible appoint nécessaire à la cohésion et donner un précipité. Au contraire, dans le cas d'une pseudoglobuline, il faudra, pour constituer un coagulat, une dose relativement forte de molécules G. C'est le cas de la toxine diphtérique. Mais, ainsi que l'a fait remarquer A. M. Pappenheimer [3], si, chez le Cheval, l'antitoxine est une pseudoglobuline, elle est une euglobuline chez le Lapin et précipite dès les premières traces de toxine. Par ailleurs, même avec l'ovalbumine et l'anti-ovalbumine, on observe l'un ou l'autre des deux modes de précipitation, suivant qu'il s'agit du Cheval ou du Lapin.

La séance est levée à 15h30m. L. B.

---

(3) *J. Exp. Med.*, 71, 1940, p. 263.